令和８年１０月入学創成科学研究科理工学専攻博士前期課程

入学試験問題

数　学　２１

（一般入試）

（理工学専攻　光システムコース／領域）

（注意事項）

1．問題冊子は、係員の指示があるまで開かないこと。
2．**問題冊子は、この表紙を除いて　5　枚である。**
3．問題冊子に、印刷不鮮明やページの落丁及び汚れ等に気づいた場合は、手を上げて試験監督者に申し出ること。
4．解答は、用紙ごとに**指定された解答箇所に書くこと。**指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
　また、**裏面に解答したものも採点しない。**
5．**解答開始後、用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。**
6．配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	

数　学　２１　その１

第１問　$f(x)=\dfrac{\sin 3x}{x^4}-\dfrac{2+\cos 3x}{x^3}$　とする。次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{\sin 3x}{x^3}\right)$ を求めよ。

(2) 不定積分 $\displaystyle\int f(x)\,dx$ を求めよ。

(3) 広義積分 $\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\,dx$ の値を求めよ。

[第１問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その２

第２問　$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$，$E=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{c}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$　とする。

(1) r, s を実数とする。$A(r\boldsymbol{a}+s\boldsymbol{b})$ および $(A-3E)\boldsymbol{c}$ を求めよ。

(2) x を実数とする。$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{b}+x\boldsymbol{a}$ が $\boldsymbol{a}$ と直交するように x を定めよ。

(3) $P^{-1}AP$ が対角行列となる直交行列 P を一つ求めよ。$PP^T=P^TP=E$ を満たす行列 P を直交行列という。ただし，P^T は P の転置行列である。

［第２問の解答箇所］

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その３

第３問　座標空間において，円柱 $x^2+y^2=1$ および 2 平面 $z=0$, $z=1$ で囲まれる領域の表面を S とし，S の外向きの単位法線ベクトルを $\boldsymbol{n}$ とする。ベクトル場 $\boldsymbol{a}$ を $\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{i}+yz^2\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$ で定める。ただし，$\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ は，それぞれ x, y, z 軸の正の方向に向かう単位ベクトルとする。

(1) $\mathrm{rot}\ \boldsymbol{a}$ および $\mathrm{div}\ \boldsymbol{a}$ を求めよ。

(2) 面積分 $\displaystyle\int_S \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{n}\, dS$ の値を求めよ。

(3) $f(x,y,z)=y^4+z^6$ とするとき，面積分 $\displaystyle\int_S (\mathrm{grad}\ f)\cdot\boldsymbol{n}\, dS$ の値を求めよ。

[第３問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その４

第４問　複素平面上の点 $-3,\ 1,\ 1+2i,\ -3+2i,\ -3$ をこの順に線分で結んだ長方形の周を C とする。

(1) $z^2-2iz-5=0$ を満たす複素数 z をすべて求めよ。

(2) 複素関数 $\dfrac{1}{z^2-2iz-5}$ の極をすべて求め，それぞれの極における留数を求めよ。

(3) 複素積分 $\displaystyle\int_C \frac{1}{z^2-2iz-5}\,dz$ の値を求めよ。

[第４問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その５

第５問　$y = y(x)$ に関する微分方程式　$(*)$　$2(y')^2 + 2yy'' - y^2 = e^{2x}$　について，次の問いに答えよ。

(1) a を実数とする。$y = ae^x$ が $(*)$ の解となるように a の値を定めよ。

(2) y が $(*)$ を満たしている。このとき，$u = y^2$ とおいて，$u = u(x)$ が満たす微分方程式を求めよ。

(3) $(*)$ の解で　$y(0) = 1$，$y'(0) = 0$　を満たすものを求めよ。

[第５問の解答箇所]

小　計	点