令和８年度創成科学研究科理工学専攻博士前期課程入学試験問題

数　学　２１

（一般入試）

（理工学専攻　機械科学コース／領域）

（理工学専攻　光システムコース／領域）

（注意事項）

1．問題冊子は，係員の指示があるまで開かないこと。
2．問題冊子は，この表紙を除いて 5 枚である。
3．問題冊子に，印刷不鮮明やページの落丁及び汚れ等に気づいた場合は，手を上げて試験監督者に申し出ること。
4．解答は，用紙ごとに指定された解答欄に書くこと。指定された解答欄以外に書いたものは採点しない。
また，裏面に解答したものも採点しない。
5．解答開始後，用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。
6．配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	

数　学　２１　その１

第１問　xy 平面上の領域 D_1, D_2, D_3 をそれぞれ $D_1 = \{(x,y)\,;\, 0 \leqq x \leqq 2,\ 0 \leqq y \leqq 2\}$,
$D_2 = \{(x,y)\,;\, x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x^2+y^2 \leqq 1\}$,　$D_3 = \{(x,y)\,;\, 0 \leqq x \leqq 2,\ 0 \leqq y \leqq 2,\ x^2+y^2 \geqq 1\}$ とする。

(1) 領域 D_3 の面積を求めよ。

(2) $I_1 = \iint_{D_1} (2xy+x-2y)\,dxdy$　および　$I_2 = \iint_{D_2} (2xy+x-2y)\,dxdy$ を求めよ。

(3) $I_3 = \iint_{D_3} (x-1)(2y+1)\,dxdy$ を求めよ。

［第１問の解答箇所］

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その２

第２問　列ベクトルを $u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $u_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $u_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ とし，u_1, u_2, u_3 を並べた行列を $P = (u_1\ u_2\ u_3)$ とする。実数 α, β, γ に対して，行ベクトルを $a = (3, -2, 2)$, $b = (\alpha, \beta, \gamma)$ とする。$bP = (0, 1, 0)$ が成り立つとき，次の問いに答えよ。

(1) aP を求めよ。また，b を求めよ。

(2) 行列 X, Y を $X = u_1 a$, $Y = u_2 b$ で定めるとき，XY, YX, X^2, Y^2 をそれぞれ求めよ。

(3) (2) の X, Y に対して，行列 A を $A = X + 2Y$ で定めるとき，自然数 n に対して A^n を求めよ。

[第２問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その３

第３問　立体 $V=\left\{(x,y,z);\ x^2+y^2+\frac{z^2}{4}\leqq 1\right\}$ の表面を S とし，S の外向き単位法線ベクトルを n とする。ベクトル場 a を $a=(x+y)i+(zx+y^2)j-2yzk$ で定める。ただし，i, j, k は，それぞれ x, y, z 軸の正の方向に向かう単位ベクトルとする。

(1) rot a および div a を求めよ。

(2) S 上の点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{2}\right)$ における外向き単位法線ベクトル n を求めよ。

(3) 面積分 $\int_S a\cdot n\,dS$ の値を求めよ。

[第３問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その４

第４問　複素関数 $f(z)=z^2+2z$ を考える。複素平面内の円周 $|z-i|=2$ を C とするとき，次の問いに答えよ。ただし，積分路は反時計回りに一周するものとする。

(1) $\displaystyle\int_C \frac{1}{f(z)}\,dz$ の値を求めよ。

(2) $\displaystyle\int_C \overline{f(z)}\,dz$ の値を求めよ。

(3) $\displaystyle\int_C \frac{1}{f(f(z))}\,dz$ の値を求めよ。

[第４問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その５

第５問　$y=y(x)$ に関する微分方程式 $(*)$ $y''-2y'\tan x-5y=\sin x$ について，次の問いに答えよ。

(1) a を実数とする。$y=a\sin x$ が $(*)$ の解となるように a の値を定めよ。

(2) y が $(*)$ を満たしている。このとき，$u=y\cos x$ とおいて，$u=u(x)$ が満たす微分方程式を求めよ。

(3) $(*)$ の解で $y(0)=0$，$y'(0)=0$ を満たすものを求めよ。

[第５問の解答箇所]

小　計	点