

令和7年10月入学創成科学研究科理工学専攻博士前期課程

入学試験問題

数 学 21

(一般入試)

(理工学専攻 光システムコース)

(注意事項)

1. 問題冊子は、係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題冊子は、この表紙を除いて 5 枚である。
3. 問題冊子に、印刷不鮮明やページの落丁及び汚れ等に気づいた場合は、手を上げて試験監督者に申し出ること。
4. 解答は、用紙ごとに指定された解答欄に書くこと。指定された解答欄以外に書いたものは採点しない。
また、裏面に解答したものも採点しない。
5. 解答開始後、用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。
6. 配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	
------	--

数 学 2 1 その 1

第 1 問 $f(x, y) = 9xy + \frac{y}{x} + \frac{1}{y} + 5 \log y$ ($x \neq 0, y > 0$) に対して, 次の問いに答えよ。

- (1) 偏導関数 $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ および 2 階偏導関数 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めよ。
- (2) $\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0$ を満たす点 (x, y) ($x \neq 0, y > 0$) をすべて求めよ。
- (3) $f(x, y)$ の極値を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

小 計	
-----	--

点	
---	--

受験番号	
------	--

数 学 2 1 その 2

第 2 問 実数 α, β, γ に対して $A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \beta \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & \gamma \end{pmatrix}$, $B = 3A$ とし, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

$AA^T = A^T A = E$ が成り立つとき, 次の問いに答えよ。ただし, A^T は A の転置行列とする。

- (1) α, β, γ を求めよ。
- (2) B の固有値をすべて求めよ。
- (3) (2) で求めた B の固有値のうち, 実数の固有値に対する固有ベクトルを求めよ。

[第 2 問の解答箇所]

小 計	
-----	--

点	
---	--

受験番号	
------	--

数 学 2 1 その 3

第3問 曲面 S を $S = \{(x, y, z); z = x^2 + y^2, 0 \leq x^2 + y^2 \leq 16\}$ とし, S の単位法線ベクトルで, z 成分が正のものを $\boldsymbol{n}$ とする。ベクトル場 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ をそれぞれ $\boldsymbol{a} = y\boldsymbol{i} + z\boldsymbol{j} + x\boldsymbol{k}$, $\boldsymbol{b} = yz\boldsymbol{i} + 2zx\boldsymbol{j} + xy\boldsymbol{k}$ で定める。ただし, $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ は, それぞれ x, y, z 軸の正の方向に向かう単位ベクトルとする。

(1) $\operatorname{div}(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$ を求めよ。

(2) 曲面 S と平面 $z = 2x + 3$ との交線を C とする。線積分 $\int_C \boldsymbol{a} \cdot d\boldsymbol{r}$ の値を求めよ。ただし, 積分路 C の向きは点 $(0, 0, 4)$ から見て反時計回りに一周するものとする。

(3) 面積分 $\int_S (\operatorname{rot} \boldsymbol{b}) \cdot \boldsymbol{n} \, dS$ の値を求めよ。

[第3問の解答箇所]

小 計	
-----	--

点	
---	--

受験番号	
------	--

数 学 2 1 その 4

第 4 問 2つの複素関数 $f(z) = z^2 - z + 1$, $g(z) = z^2 + \sqrt{3}iz - 1$ に対して, 次の問いに答えよ。

(1) $f(z)g(z) = 0$ を満たす複素数 z をすべて求めよ。

(2) $\int_{|z-i|=1} \frac{1}{f(z)} dz$ の値を求めよ。ただし, 積分路は反時計回りに一周するものとする。

(3) $\int_{|z-1+i|=1} \frac{1}{f(z)g(z)} dz$ の値を求めよ。ただし, 積分路は反時計回りに一周するものとする。

[第 4 問の解答箇所]

小 計	
-----	--

点	
---	--

受験番号	
------	--

数 学 2 1 その 5

第 5 問 $y = y(x)$ に関する微分方程式について、次の問いに答えよ。

(1) $y'' - 4y' + 3y = 0$ の一般解を求めよ。

(2) $y'' - 4y' + 3y = e^x$ の一般解を求めよ。

(3) $y'' - 4y' + 3y = e^x \cos x$ の解で $y(0) = 2$, $y'(0) = 2$ を満たすものを求めよ。

[第 5 問の解答箇所]

小 計	
-----	--

点	
---	--