

受験番号	
------	--

数 学 11 その1

第1問 正方行列 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ に対して、次の問いに答えよ。ただし、 E は3次の単位行列とする。

- (1) A の固有値のうち、実数であるものを求めよ。この実数の固有値に対応する固有ベクトルを求めよ。
- (2) $E + A + A^2 + A^3$ を求めよ。
- (3) $E + A + A^2 + A^3 + A^4 + \cdots + A^{101}$ を求めよ。

[第1問の解答箇所]

小計	
----	--

点	
---	--

受験番号	
------	--

数 学 11 その2

第2問 正の実数 x とすべての実数 u に対して定まる関数 $H(x, u) = \frac{1}{\sqrt{x}} e^{-\frac{u}{4x}}$ に対して、次の問いに答えよ。

(1) a を正の実数とする。関数 $f(x) = H(x, a)$ に対して、 $x > 0$ における $f(x)$ の最大値と、最大値をとる x の値を、 a を用いて表せ。

(2) 関数 $g(x, y) = H(x, y^2)$ に対して、 $\frac{\partial g}{\partial x}(x, y) - \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}(x, y)$ を求めよ。

(3) 関数 $G(x, y, z) = H(x, y^2)H(x, z^2)$ に対して、等式 $\frac{\partial G}{\partial x}(x, y, z) = \frac{\partial^2 G}{\partial y^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2}(x, y, z)$ が成り立つことを示せ。

[第2問の解答箇所]

小計	
----	--

点	
---	--

受験番号	
------	--

数 学 1 1 その 3

第3問 xy 平面上の領域 $D = \{(x, y) \mid x \leq y \leq \sqrt{3}x, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}$ に対して, 次の問いに答えよ。

(1) D を図示せよ。

(2) 変数変換 $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ を用いて, 2重積分 $\iint_D (y^2 - x^2) dx dy$ の値を求めよ。

[第3問の解答箇所]

小 計	
-----	--

点	
---	--

受験番号	
------	--

数 学 11 その4

第4問 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ。

(1) $(4x^2 + 1)y' - y = 0$

(2) $y'' + 2y' + y = 2e^{-3x} - x$

[第4問の解答箇所]

小計	
----	--

点	
---	--