令和７年度創成科学研究科理工学専攻博士前期課程入学試験問題

（第２次）

数　学　２２

（一般入試）

（理工学専攻　電気電子システムコース）

（注意事項）

1．問題冊子は、係員の指示があるまで開かないこと。
2．**問題冊子は、この表紙を除いて　3　枚である。**
3．問題冊子に、印刷不鮮明やページの落丁及び汚れ等に気づいた場合は、手を上げて試験監督者に申し出ること。
4．解答は、用紙ごとに指定された解答箇所に書くこと。指定された解答箇所以外に書いたものは採点しない。
　また、裏面に解答したものも採点しない。
5．解答開始後、用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。
6．配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	

数　学　２２　その１

第１問　次の問いに答えよ。

(1) $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ において $\dfrac{2x}{\pi} < \sin x < x$ が成り立つことを示せ。

(2) 不等式 $1 - \dfrac{1}{e} < \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\sin x}\,dx < \frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ を示せ。

(3) 不等式 $\displaystyle\int_0^{\pi} e^{-\sin x}\,dx < \pi\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ を示せ。

[第１問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２２　その２

第２問　n を正の整数とし，n 次正方行列 $A_n = (a_{i,j})$ を次のように定める：$a_{i,i} = x^2+1$, $a_{i,i+1} = x$, $a_{i+1,i} = x$, また，$|i-j| > 1$ のとき $a_{i,j} = 0$。ここで，$p_n(x) = \det A_n$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) A_2 の固有値と対応する固有ベクトルを求めよ。

(2) $p_{n+2}(x) = (x^2+1)\,p_{n+1}(x) - x^2\,p_n(x)$ が成り立つことを示せ。

(3) $p_n(x)$ を求めよ。また，$|x| < 1$ のとき $\lim_{n\to\infty} p_n(x)$ を求めよ。

[第２問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２２　その３

第３問　$x > 0$ とする。$y(x)$ に関する微分方程式 $(*)$ $x^2y''(x) - 2xy'(x) + 2y(x) = 2\log x$ に対して，次の問いに答えよ。

(1) $x = e^t$ とおき，t の関数 $u(t)$ を $u(t) = y(e^t)$ と定める。$u(t)$ が満たす微分方程式を求めよ。

(2) (1) で求めた微分方程式の一般解 $u(t)$ を求めよ。

(3) $(*)$ の一般解 $y(x)$ を求めよ。

[第３問の解答箇所]

小　計	点