令和７年度創成科学研究科理工学専攻博士前期課程入学試験問題

数　学　２１

（一般入試）

（理工学専攻　機械科学コース）

（理工学専攻　光システムコース）

（注意事項）

1．問題冊子は，係員の指示があるまで開かないこと。
2．問題冊子は，この表紙を除いて　5　枚である。
3．問題冊子に，印刷不鮮明やページの落丁及び汚れ等に気づいた場合は，手を上げて試験監督者に申し出ること。
4．解答は，用紙ごとに指定された解答欄に書くこと。指定された解答欄以外に書いたものは採点しない。
　また，裏面に解答したものも採点しない。
5．解答開始後，用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。
6．配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	

数　学　２１　その１

第１問　xy 平面において，変換 $x=r\cos\theta$, $y=r\sin\theta$ によって極座標 (r,θ) を定める。極座標で表された曲線 $C: r=1+\cos\theta$　$(0\leqq\theta\leqq\pi)$ に対して，次の問いに答えよ。

(1) $y>0$ において，C が y 軸と交わる点の座標 (x,y) を求めよ。

(2) C 上において，y が最大となる点の座標 (x,y) を求めよ。

(3) C と x 軸で囲まれた領域 D の面積を求めよ。

[第１問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その２

第２問　a を実数とし，行列 $A=\begin{pmatrix} 3 & a & 2 \\ 2 & 4 & 4 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ の固有ベクトルの一つが $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ であるとする。

次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) A の固有値を全て求めよ。

(3) 正則行列 P で $P^{-1}AP$ が対角行列となるものを一つ求めよ。

(4) A の逆行列を求めよ。

[第２問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その３

第３問　$V=\{(x,y,z);\, x^2+y^2 \leqq 1,\ 0 \leqq z \leqq 2,\ x \geqq 0\}$ に対して，V の表面を S とし，S における外向きの単位法線ベクトルを $\boldsymbol{n}$ とする。ベクトル場 $\boldsymbol{a}$ を $\boldsymbol{a}(x,y,z)=x^2\boldsymbol{i}+2xy\boldsymbol{j}+2yz\boldsymbol{k}$ とする。次の問いに答えよ。ただし，$\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ はそれぞれ x,y,z 軸の正の方向に向かう単位ベクトルとする。

(1) $\mathrm{div}\,\boldsymbol{a}$ および $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{a}$ を求めよ。

(2) 面積分 $\displaystyle\int_S \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{n}\,dS$ の値を求めよ。

(3) S と平面 $z=0$ の共通部分を S_0 とする。面積分 $\displaystyle\int_{S_0} (\mathrm{rot}\,\boldsymbol{a})\cdot\boldsymbol{n}\,dS$ の値を求めよ。

[第３問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その４

第４問　複素平面において，円 C を $|z-1-2i|=\sqrt{5}$ とする。複素積分で C を積分路とするときは，反時計回りに一周するものとする。次の問いに答えよ。

(1) $z^2-4z+5=0$ を満たす複素数 z を全て求めよ。

(2) C と，(1) で求めた全ての z を，複素平面上に図示せよ。

(3) 積分 $\displaystyle\int_C \frac{1}{z^2-4z+5}\,dz$ の値を求めよ。

(4) 積分 $\displaystyle\int_C \frac{1}{(z^2-4z+5)^2}\,dz$ の値を求めよ。

[第４問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	

数　学　２１　その５

第５問　$y=y(x)$ に関する微分方程式 $(*)\ y'+y^2+\dfrac{1}{4x^2}=0$ に対して，次の問いに答えよ。

(1) ある定数 a,m に対して，$(*)$ は $y=ax^m$ の形の解を持っている。a と m の値を求めよ。

(2) (1) で求めた a,m に対して $y=\dfrac{1}{z}+ax^m$ とおく。$z=z(x)$ が満たす微分方程式を求めよ。

(3) (2) で求めた微分方程式を解いて，一般解 $z(x)$ を求めよ。

[第５問の解答箇所]

小　計	点