

数 学 1 1 その 1

第 1 問 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & -9 \\ 2 & 6 & -6 \end{pmatrix}$ および実数 a, b に対し, x, y, z を未知数とする連立一次方程式

$$(*) \quad A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ b \end{pmatrix} \text{ を考える。}$$

- (1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (2) 方程式 (*) の解が存在するための a, b の条件を求めよ。
- (3) a, b が (2) の条件を満たすとき, $x^2 + y^2 + z^2$ が最小となる方程式 (*) の実数解 x, y, z を a を用いて表せ。

[第 1 問の解答箇所]

数 学 1 1 その 2

第 2 問 $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$ について、次の問いに答えよ。

(1) $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。

(2) $x = \sin^2 t$, $y = \cos^2 t$ とするとき、 $g(t) = f(x(t), y(t))$ に対し $\frac{dg}{dt}$ を求めよ。

(3) $x = u - v$, $y = u + v$ とするとき、 $h(u, v) = f(x(u, v), y(u, v))$ に対し $\frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial h}{\partial v}$ を求めよ。

[第 2 問の解答箇所]

数 学 1 1 その 3

第 3 問 xy 平面上の領域を $D = \{(x, y); 0 \leq 3x + y \leq 5, 0 \leq x + 2y \leq 5\}$ とする。

(1) D を図示せよ。

(2) $u = 3x + y, v = x + 2y$ とするとき、行列式 $\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$ を求めよ。

(3) $\iint_D (3x^2 + 7xy + 2y^2) dx dy$ を求めよ。

[第 3 問の解答箇所]

数 学 1 1 その 4

第 4 問 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ。

(1) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = xe^x$

(2) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} = 4$

(3) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} = 4(e^{4x} + 1)$

[第 4 問の解答箇所]