令和２年度創成科学研究科理工学専攻修士課程（第２次）入学試験問題

数　学　２１

（一般入試）

（光システムコース）

（注意事項）

1．問題用紙および解答用紙は，係員の指示があるまで開かないこと。
2．問題用紙，解答用紙は，**この表紙を除いて問題用紙　5　枚（解答用紙を含む）**である。
3．問題用紙，解答用紙に，印刷不鮮明やページの落丁及び汚れ等に気づいた場合は，手を上げて試験監督者に申し出ること。
4．解答は，解答用紙の指定された番号の解答欄に書くこと。指定された解答欄以外に書いたものは採点しない。また，**裏面に解答したものも採点しない。**
5．**解答開始後，解答用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。**
6．配付した用紙はすべて回収する。

受験番号	第　　　　　　　　番

数　学　21　その1

第1問　$f(x,y) = (y - x^2)(y - 2x^2)$ を考える。次の問いに答えよ。

(1) $\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。

(2) 実数 a に対して，$g(x) = f(x, ax)$ とする。全ての a に対して $g(x)$ は $x = 0$ で極小になることを示せ。

(3) 実数 b に対して，$h(x) = f(x, bx^2)$ とする。$h(x)$ が $x = 0$ で極大になるような b の範囲を求めよ。

［第1問の解答箇所］

小　計	点

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　21　その2

第2問　$A=\begin{pmatrix} 5 & 6 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $E=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。次の問いに答えよ。

(1) A の固有値と固有ベクトルを求めよ。

(2) $A^2-5A+6E$ を求めよ。

(3) $A^4-5A^3+5A^2+3A+E$ を求めよ。

[第2問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	第　　　　　　　　番

数　学　21　その3

第3問　立体 $V=\{(x,y,z)\,;\ y^2+z^2\leqq 9,\ 0\leqq x\leqq 4\}$ の表面を S とし，ベクトル場 $\boldsymbol{a}$ を $\boldsymbol{a}(x,y,z)=xy\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$ とする。次の問いに答えよ。ただし，$\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ は，それぞれ x, y, z 軸の正の方向に向かう単位ベクトルとする。

(1) $\mathrm{div}\,\boldsymbol{a}$ を求めよ。

(2) $\boldsymbol{n}$ を S の外向き単位法線ベクトルとする。面積分 $\displaystyle\int_S \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{n}\,dS$ を求めよ。

(3) S 上に曲線 C : $\boldsymbol{r}(t)=t\boldsymbol{i}+3\cos t\,\boldsymbol{j}+3\sin t\,\boldsymbol{k}$ $(0\leqq t\leqq \pi)$ をとる。線積分 $\displaystyle\int_C \boldsymbol{a}\cdot d\boldsymbol{r}$ を求めよ。ただし，C の向きは，始点 $(0,3,0)$ から終点 $(\pi,-3,0)$ に進む向きとする。

［第3問の解答箇所］

小　計	点

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　21　その４

第４問　複素関数 $f(z)=(z-\pi)^2(z-\dfrac{\pi}{2})$ を考える。次の問いに答えよ。ただし，積分における積分路は，反時計回りに一周するものとする。

(1) $\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{|z-1|=1}\frac{\sin z}{f(z)}\,dz$ を求めよ。

(2) $\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{|z-4|=2}\frac{\sin z}{f(z)}\,dz$ を求めよ。

(3) $\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{|z+3|=1}\frac{f(z)}{\sin z}\,dz$ を求めよ。

[第４問の解答箇所]

小　計	点

受験番号	第　　　　　　　番

数　学　21　その5

第5問　$x > \frac{1}{2}$ において，$y(x)$ は微分方程式 $\frac{dy}{dx} + y^2 + \frac{y}{x} = 0$ を満たしている。次の問いに答えよ。

(1) $u = \frac{1}{y}$ のとき，u が満たす微分方程式を求めて，その一般解を求めよ。

(2) $y(1) = 1$ を満たす $y(x)$ を求めよ。

［第5問の解答箇所］

小　計	点