

令和2年度創成科学研究科理工学専攻修士課程入学試験問題

数 学 2 1

(一般入試)

(機械科学コース)

(光システムコース)

(注意事項)

1. 問題用紙および解答用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙、解答用紙は、この表紙を除いて問題用紙 5 枚 (解答用紙を含む) である。
3. 解答は、解答用紙の指定された番号の解答欄に書くこと。指定された解答欄以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したものも採点しない。
4. 解答開始後、解答用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。
5. 配付した用紙はすべて回収する。

数 学 2 1 その 1

第 1 問 xy -平面上の領域を $D = \{(x, y); 1 \leq xy \leq 2, 0 < x \leq y \leq 2x\}$ とし, 変数変換 $u = xy, v = \frac{y}{x}$ によって D が uv -平面の領域 E にうつるとする。次の問いに答えよ。

(1) 領域 E を図示せよ。

(2) $v \neq 0$ のとき, 行列式 $\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$ を求めよ。

(3) 重積分 $I = \iint_D xy \, dx dy$ の値を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

数 学 2 1 その 2

第 2 問 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ に対して, 次の問いに答えよ。

- (1) A の固有値を求めよ。
- (2) AP を求めよ。
- (3) $P^{-1}AP$ を求めよ。

[第 2 問の解答箇所]

数 学 2 1 その 3

第3問 曲面 S を $S = \{(x, y, z); z^2 - x^2 - y^2 = 4, 2 \leq z \leq \sqrt{13}\}$ とし、ベクトル場 \mathbf{a} を $\mathbf{a}(x, y, z) = yi + xyj + xyzk$ とする。ただし、 i, j, k は、それぞれ x, y, z 軸の正の方向に向かう単位ベクトルとする。次の問いに答えよ。

- (1) 点 $P(2, 1, 3)$ における S 上の単位法線ベクトルで、 z 成分が正のものを求めよ。
- (2) 点 $P(2, 1, 3)$ における S の接平面の方程式を求めよ。
- (3) $\text{rot } \mathbf{a}$ を求めよ。
- (4) 面積分 $\int_S \text{rot } \mathbf{a} \cdot \mathbf{n} dS$ を求めよ。ここで \mathbf{n} は S 上の単位法線ベクトルで、 z 成分が正のものとする。

[第3問の解答箇所]

数 学 2 1 その 4

第 4 問 次の問いに答えよ。

(1) 複素関数 $f(z) = \frac{e^{2iz}}{z^2 + 1}$ に対して、極と留数を求めよ。

(2) 実積分 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 2x}{x^2 + 1} dx$ の値を求めよ。

(3) 複素関数 $g(z) = \frac{1}{(z^2 + 4)^2}$ に対して、極と留数を求めよ。

(4) 実積分 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2}$ の値を求めよ。

[第 4 問の解答箇所]

数 学 2 1 その 5

第 5 問 $y = y(x)$ に関する次の微分方程式の一般解を求めよ。

(1) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x(1-x)} = 0$

(2) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$

(3) $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 5e^{2x}$

[第 5 問の解答箇所]