

機械振動の動特性推定および制御技術の開発

徳島大学大学院 ソシオテクノサイエンス研究部
エネルギーシステム部門エネルギー制御工学
教授 日野 順市

キーワード: 振動特性同定, 部分空間法, 振動制御, 動吸振器

1. 研究分野および研究テーマ

- 振動分析
 - モード解析(固有振動数)
 - 伝達経路解析
- 振動制御
 - 動吸振器(アクティブ, セミアクティブ)
 - サスペンション
 - 吊り荷振れ止め(クレーン)

2. 振動分析

- 振動特性 (モード特性)
 - ✓ 固有振動数 振動の周期 (共振, 共鳴)
 - ✓ 減衰比 振動の減少割合 (振動し難さ)
 - ✓ 振動モード 振動の形状 (振動の腹と節)
- モード特性同定 (手法多数)
 - ✓ 部分空間法
- 実験データ
 - ✓ 時間領域 時刻歴波形
 - ✓ 周波数領域 周波数応答 (伝達関数)

部分空間同定法 (実現問題の解法)

- 離散時間での線形時不変系の状態方程式

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}(k) \quad (2)$$

$\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$: システム行列 ← **実現 (システム行列) を求める**

$\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^{N_s \times 1}$: 状態ベクトル k : 離散時間 ($= 0, \dots, N-1$)

$\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^{N_o \times 1}$: 出力ベクトル N_i : 入力数 N_s : 状態数

$\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^{N_i \times 1}$: 入力ベクトル N_o : 出力数

振動実験

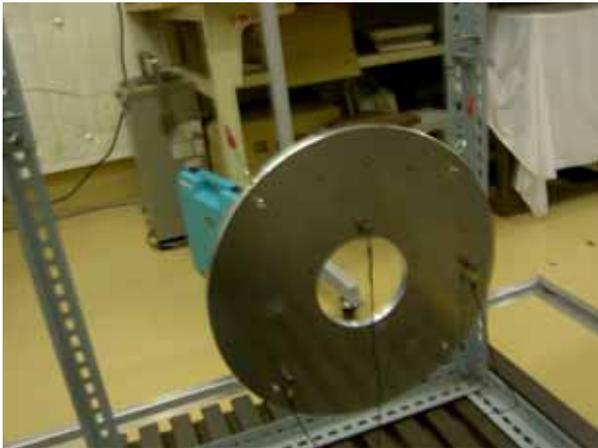
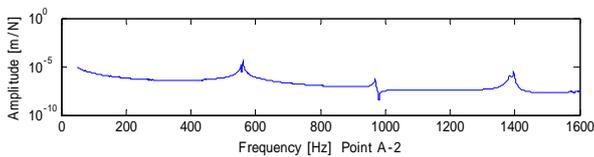


図1 測定対象(穴あき円板)

周波数応答(伝達関数)の測定



- 測定対象:
穴あき円板(図1)
- 自由境界条件:
ワイヤで吊るす.
- 加振装置:
インパルスハンマ(図2)



図2 インパルスハンマ



図3 FFT解析器

周波数領域部分空間法

- ハンケル行列Hの作成

$$H = O_r X + \Gamma U \quad (3)$$

$$z_k = e^{j2\pi k/N} \quad k: \text{離散周波数}$$

$$X = [X(1) \quad X(2) \quad \dots \quad X(M)]$$

拡大可観測行列

$$O_r = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{r-1} \end{bmatrix}$$

ハンケル行列

$$H = \begin{bmatrix} H_1(\omega_1) & H_1(\omega_2) & \dots & H_1(\omega_M) \\ z_1 H_1(\omega_1) & z_2 H_1(\omega_2) & \dots & z_M H_1(\omega_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_1^{r-1} H_1(\omega_1) & z_2^{r-1} H_1(\omega_2) & \dots & z_M^{r-1} H_1(\omega_M) \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} U'(\omega_1) & U'(\omega_2) & \dots & U'(\omega_M) \\ z_1 U'(\omega_1) & z_2 U'(\omega_2) & \dots & z_M U'(\omega_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_1^{r-1} U'(\omega_1) & z_2^{r-1} U'(\omega_2) & \dots & z_M^{r-1} U'(\omega_M) \end{bmatrix}$$

システム行列の再構成

- QR分解

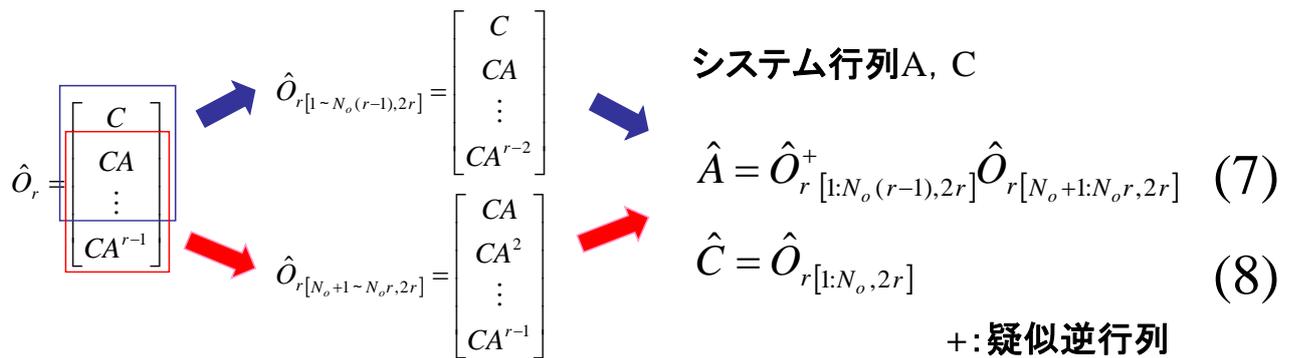
$$\begin{bmatrix} H \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11}^T & 0 \\ R_{12}^T & R_{22}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

- SVD(特異値分解)

$$R_{22}^T = U_s \quad V_s^T \quad (5)$$

- 拡大可観測行列

$$\hat{O}_r = U_{s[1:N_s]} \quad (6)$$



モード特性の導出

- 最小二乗法によりB, Dを求める

$$H_1(\omega_k) = C(z_k I - A)^{-1} B + D \quad (9)$$

- モード特性の導出

システム行列Aの固有値分解 $A = \Psi \Lambda \Psi^{-1}$

Λ : 固有値行列 λ_q : 離散時間固有値 λ_{Cq} : 連続時間固有値

$$\lambda_{Cq} = \frac{\ln(\lambda_q)}{dt}$$

固有振動数

$$\omega_q = \sqrt{(\text{Re}(\lambda_{Cq}))^2 + (\text{Im}(\lambda_{Cq}))^2}$$

減衰比

$$\zeta_q = -\frac{\text{Re}(\lambda_{Cq})}{\omega_q}$$

固有モード

$$\Phi = C\Psi$$

モード特性同定結果

- 固有振動数, 減衰比, 固有モード

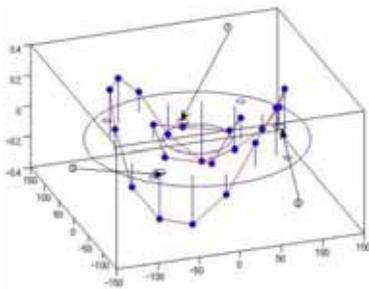
Table1 Identified natural frequency and damping ratio

Mode	Natural frequency (Hz)	Damping ratio
1st	554.7	0.0002
2nd	561.1	0.0004
3rd	967.5	0.0001
4th	1382.4	0.0016
5th	1393.0	0.0008

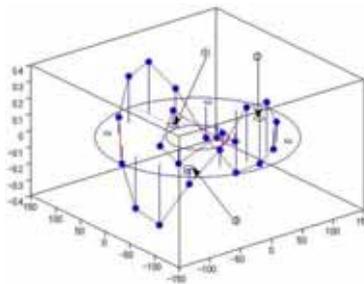
Table2 Natural frequency (ANSYS)

Mode	Natural frequency (Hz)
1st	564.1
2nd	565.3
3rd	971.4
4th	1410.6
5th	1410.9

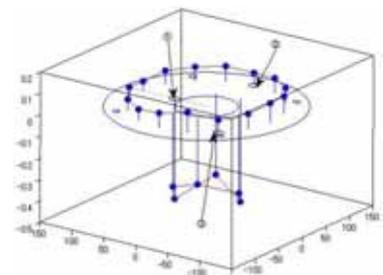
固有モード



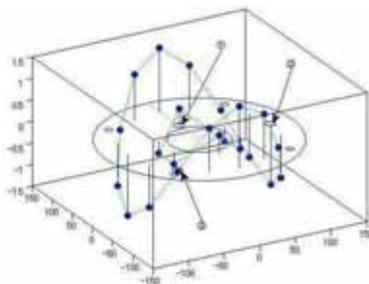
第1次モード (Exp.)



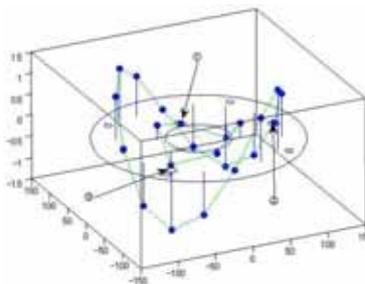
第2次モード (Exp.)



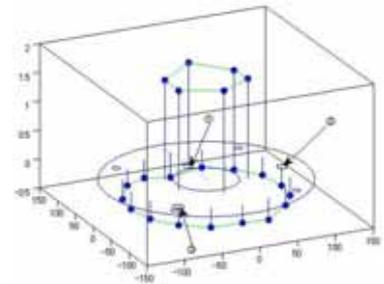
第3次モード (Exp.)



第1次モード (ANSYS)



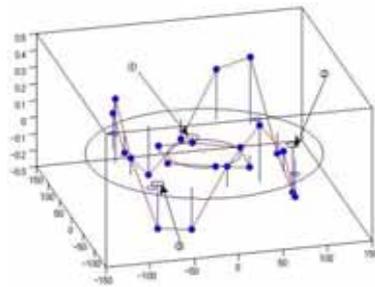
第2次モード (ANSYS)



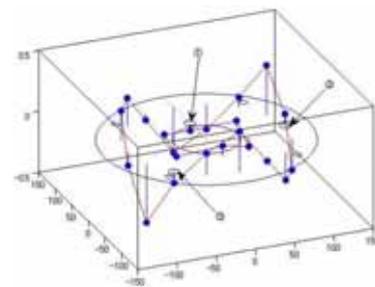
第3次モード (ANSYS)

図4 固有モード形状

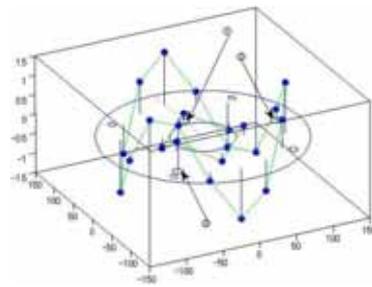
固有モード



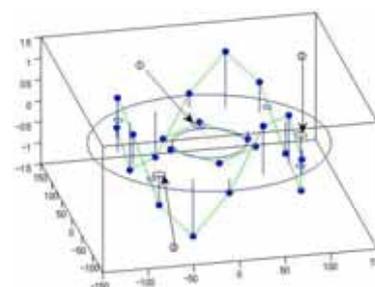
第4次モード(Exp.)



第5次モード(Exp.)



第4次モード(ANSYS)



第5次モード(ANSYS)

図4 固有モード形状

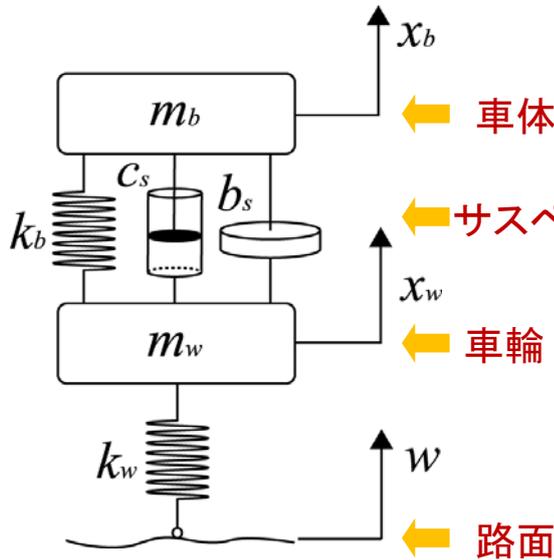
3. 振動制御

- 動吸振器
 - アクティブ制御(スライディングモード制御)
 - セミアクティブ制御(形状記憶合金)
- サスペンション
 - ファジィ制御(空気圧シリンダ)
 - イナータ
- 吊り荷振れ止め(クレーン)
 - 可変拘束制御

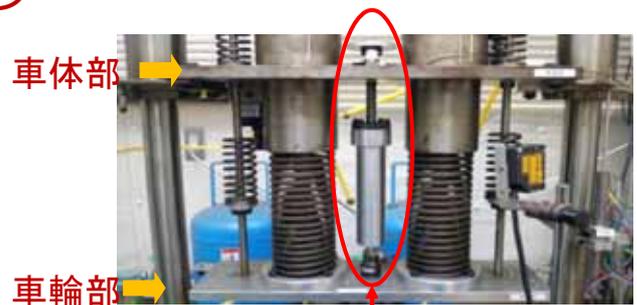
サスペンション(パッシブ制御)

・イナータ

車体・車輪間の相対加速度により生じる慣性力を利用した制振装置



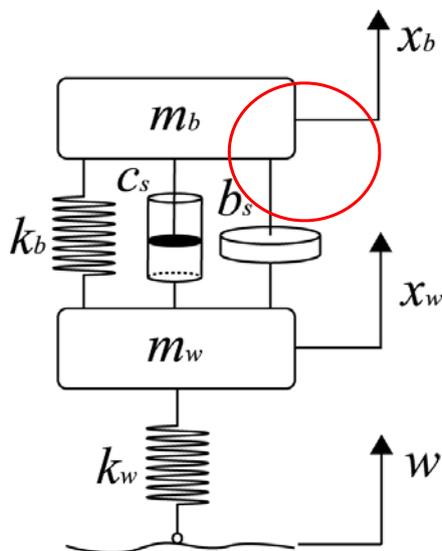
車体・車輪間の相対加速度(直線運動)を回転運動に変換して、質量慣性モーメントにより制振力を発生させる



ボールねじにより実現

図5 1車輪モデル

イナータの方程式



車体の運動方程式

$$m_b \ddot{x}_b = -c_s (\dot{x}_b - \dot{x}_w) - k_b (x_b - x_w) - b_s (\ddot{x}_b - \ddot{x}_w)$$

車輪の運動方程式

$$m_w \ddot{x}_w = -c_s (\dot{x}_w - \dot{x}_b) - k_b (x_w - x_b) - b_s (\ddot{x}_w - \ddot{x}_b) - k_w (x_w - w)$$

この2式を行列形式に整理して,

$$\begin{bmatrix} m_b + b_s & -b_s \\ -b_s & m_w + b_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s & -c_s \\ -c_s & c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{x}_w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & -k_b \\ -k_b & k_b + k_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ k_w w \end{Bmatrix}$$

1車輪モデル

実験装置



車体

サスペンション

車輪

路面

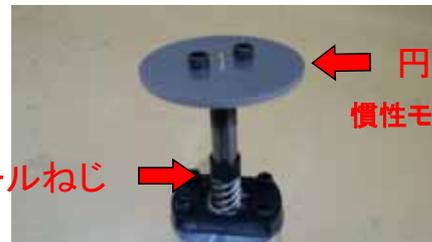
シミュレーションで導かれた必要な慣性モーメント(J_s)

$$J_s = 0.30396 \times 10^{-4} (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$$

ボールねじの軸部分の慣性モーメント(J_b)

$$J_b = 0.0969 \times 10^{-4} (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$$

慣性モーメントの不足分は円板を付加する



円板

慣性モーメントの調整

ボールねじ

図6 実験装置

実験結果(車体加速度のPSD)

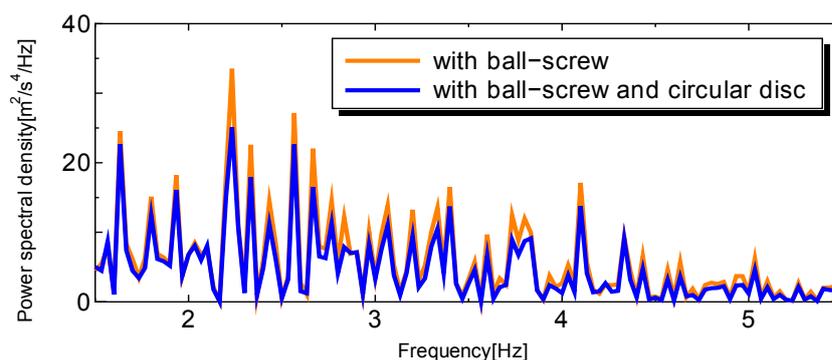
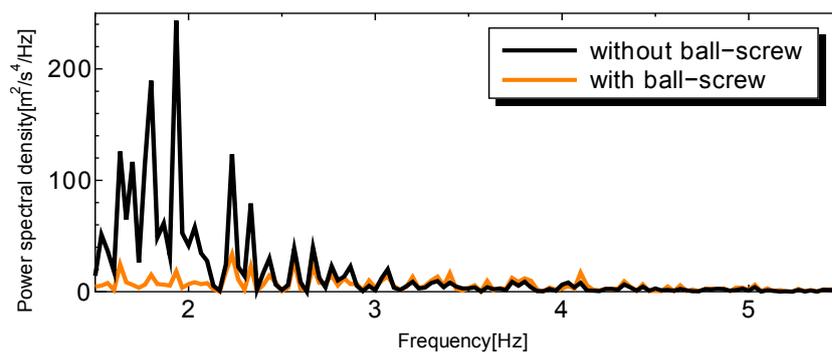


図7 車体加速度のパワースペクトル

動吸振器（セミアクティブ制御）

- SMA（形状記憶合金）の温度依存性
 - 動吸振器 SMAバネ 剛性，減衰
 - ヒステリシス特性
- 温度制御
 - 通電加熱，自然空冷
 - SMA加熱時の特性把握が困難
 - ファジィ制御
- 振動制御

動吸振器（セミアクティブ制御）

- 形状記憶合金（SMA）の温度依存性

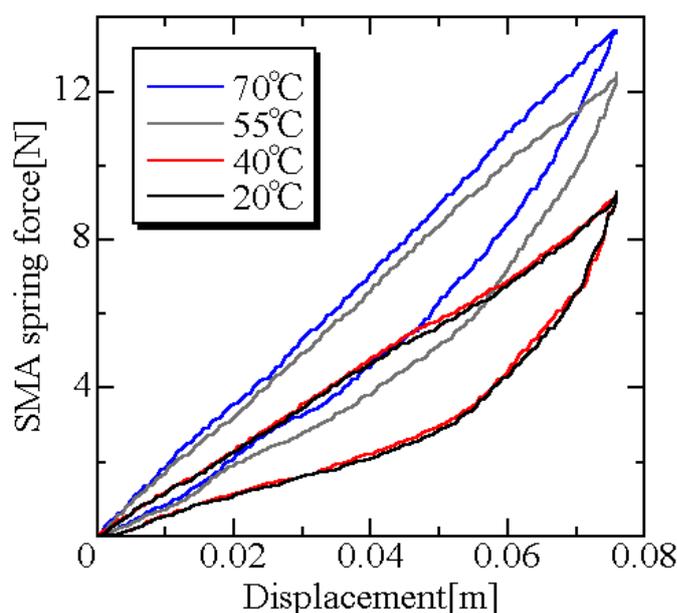


図8 SMAバネのヒステリシス特性

実験モデル

• SMA動吸振器のモデル

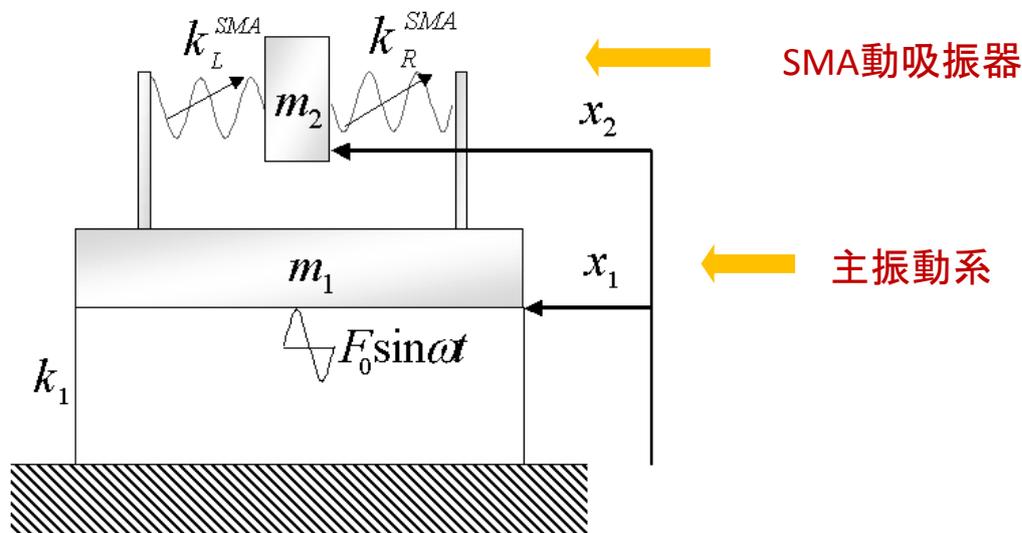
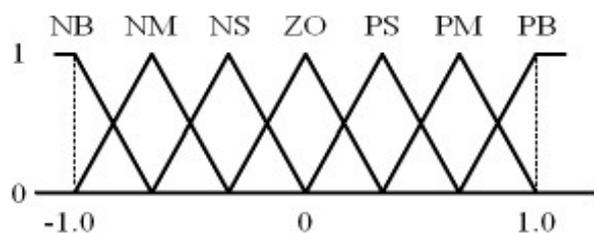


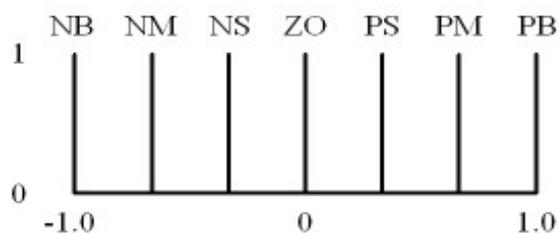
図9 振動制御モデル

Fuzzy 温度制御

if e is NB and Δe is NB then Δq is ZO



Pre-conditions Part



Conclusion Part

図10 Membership 関数

表3 Fuzzy 制御則

		e						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
Δe	NB	ZO	PS	PM	NB	NM	NB	NB
	NM	PS	PS	PS	ZO	NM	NM	NM
	NS	PM	PM	PS	ZO	NS	NS	NS
	ZO							
	PS	ZO	ZO	NS	NS	NS	PS	NM
	PM	PS	PS	PS	PM	PS	PS	NS
	PB	PM	PM	PS	PB	PM	PS	ZO

Fuzzy 制御量

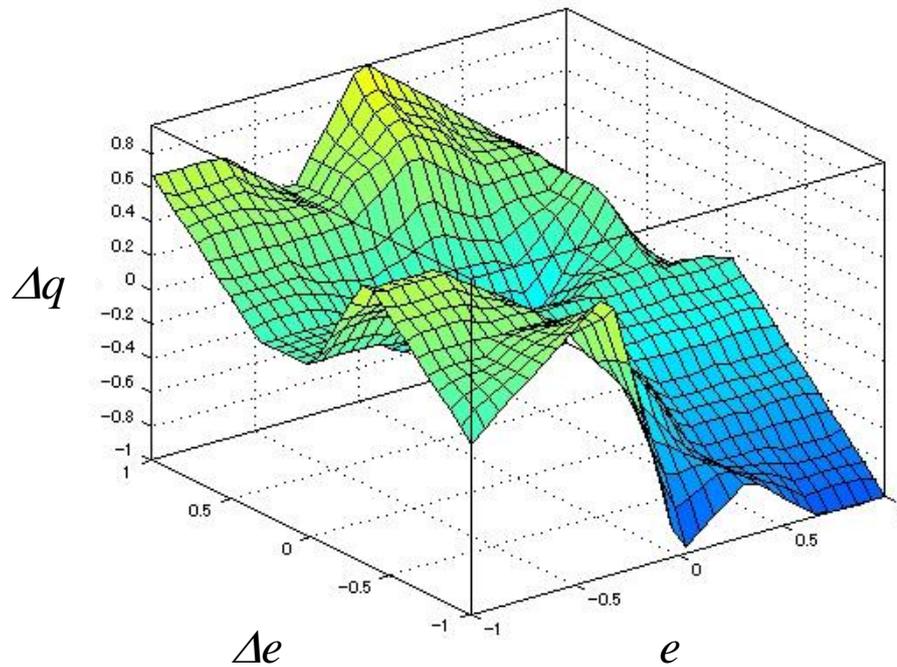
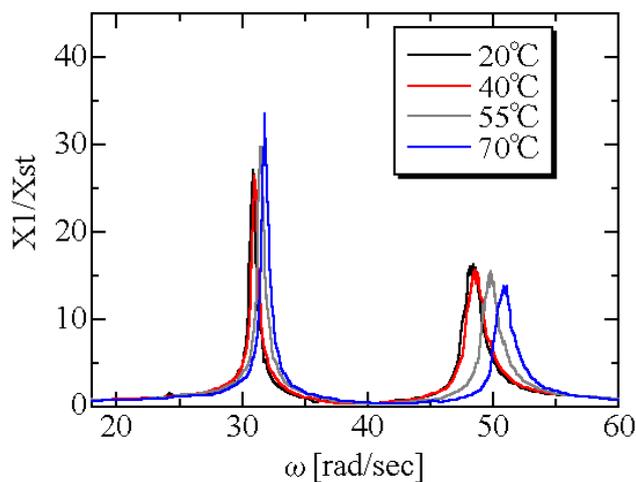
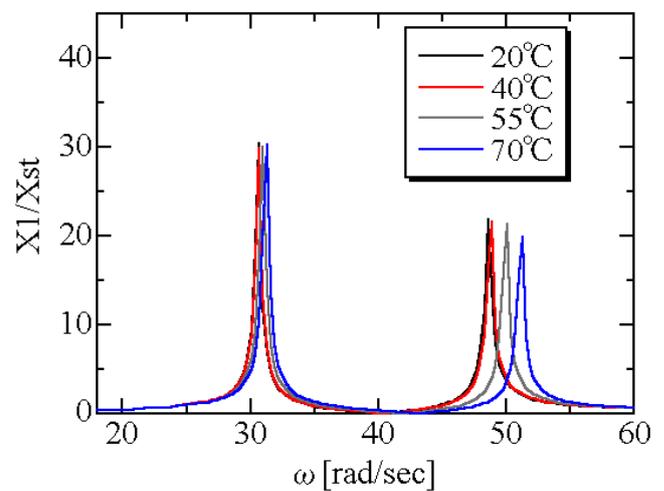


図11 非線形制御出力

振幅応答の温度変化



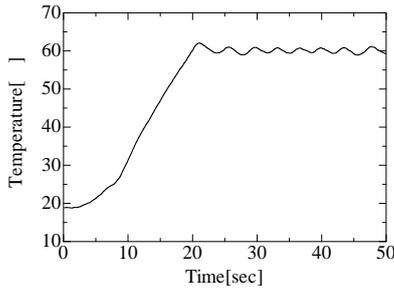
(a) Experiment



(b) Simulation

図12 温度によるFRFの変化

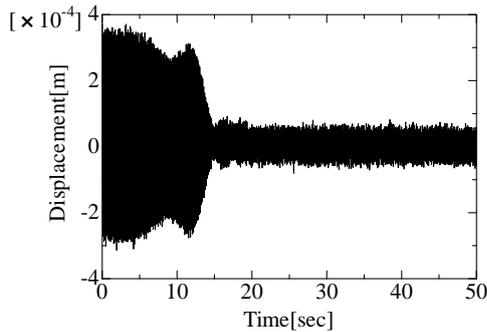
時刻歴応答(温度上昇時)



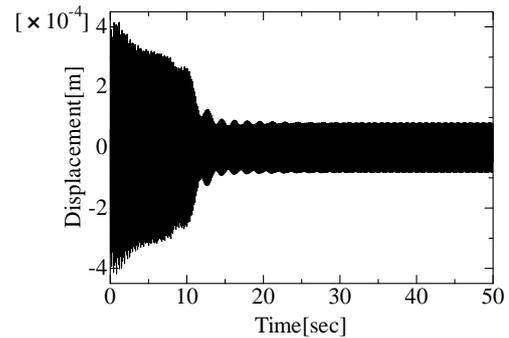
(a) Temperature of SMA spring

温度上昇

20 → 60



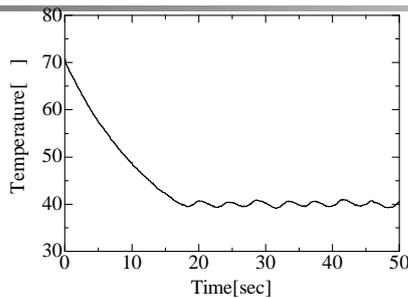
(b) Experimental



(c) Simulation

図13 振動の制御: 温度上昇 ($\omega=47.75\text{rad/s}$)

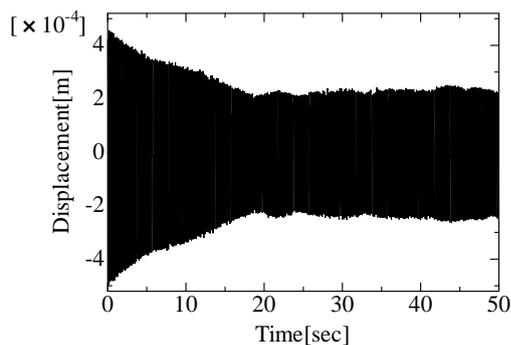
時刻歴応答(温度下降時)



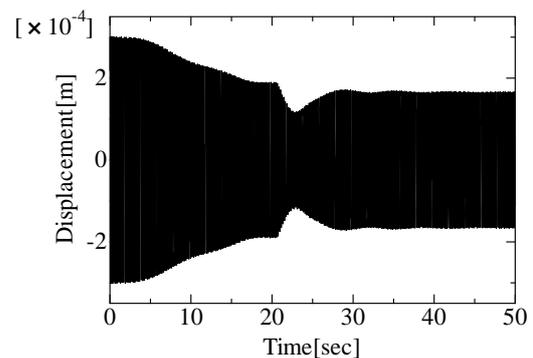
(a) Temperature of SMA spring

温度下降

70 → 40



(b) Experimental



(c) Simulation

図14 振動の制御: 温度下降 ($\omega=47.75\text{rad/s}$)