

平成30年度先端技術科学教育部博士前期課程入学試験問題

数 学 2 2

(一般入試)

(知的力学システム工学専攻 建設創造システム工学コース)

(システム創生工学専攻 電気電子創生工学コース)

(注意事項)

1. 問題用紙および解答用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙、解答用紙は、この表紙を除いて問題用紙 3 枚 (解答用紙を含む) である。
3. 解答は、解答用紙の指定された番号の解答欄に書くこと。指定された解答欄以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したのも採点しない。
4. 解答開始後、解答用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。
5. 配付した用紙はすべて回収する。

数 学 2 2 その 1

第 1 問 $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 + 2 \sin 2x + \cos 2x} dx$ とする。変数変換 $t = \tan x$ を考えるとき、次の問いに答えよ。

(1) $\frac{1-t^2}{1+t^2} = \cos 2x$, $\frac{2t}{1+t^2} = \sin 2x$ が成り立つことを示せ。

(2) $\frac{dt}{dx}$ を t で表せ。

(3) I の値を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

数 学 2 2 その 2

第2問 a を実数として、 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = A - E$ とする。 A が 1 を固有値にもつとき、次の問いに答えよ。

(1) a を求めよ。

(2) 第1成分が1である3つの列ベクトル $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ が、 $B\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B\mathbf{u}_2 = \mathbf{u}_1$, $B\mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_2$ を満たしている。このとき、 $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ をそれぞれ求めよ。

(3) (2) で求めた $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3$ を並べた行列を $P = (\mathbf{u}_1 \ \mathbf{u}_2 \ \mathbf{u}_3)$ とする。 $AP = P \begin{pmatrix} 1 & b & c \\ 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ が成り立つように実数 b, c, d を定めよ。

[第2問の解答箇所]

数 学 2 2 その 3

第3問 a を実数とする。与えられた関数 $f(x)$ に対して、 $y(x)$ に関する微分方程式 $(*) y''(x) + ay(x) = f(x)$ を考える。 $y(x) = \sin x$ が微分方程式 $y''(x) + ay(x) = 0$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1) a を求めよ。

(2) $p(x), q(x)$ が、 $p'(x) = f(x) \cos x, q'(x) = f(x) \sin x$ を満たすとする。

このとき、 $y(x) = p(x) \sin x - q(x) \cos x$ が $(*)$ の解であることを示せ。

(3) $f(x) = \frac{1}{\sin x}$ の場合に、 $(*)$ の一般解を求めよ。

[第3問の解答箇所]