平成２９年度先端技術科学教育部博士前期課程入学試験問題

物理学　又は　数学２３

（一般入試）

（物質生命システム工学専攻　　化学機能創生コース）

（注意事項）

1．問題用紙および解答用紙は，係員の指示があるまで開かないこと。
2．問題用紙，解答用紙は，この表紙を除いて**問題用紙** 4 **枚（解答用紙を含む）**である。
3．解答は，解答用紙の**指定された番号の解答欄に書くこと。**指定された解答欄以外に書いたものは採点しない。また，**裏面に解答したものも採点しない。**
4．**解答開始後，解答用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。**
5．配付した用紙はすべて回収する。

受験番号

物理学	数　学

選択した科目に○を入れてください

受験番号	第　　　　番

物 理 学 その1

第1問 プランク定数を h, 光速を c, 電子の質量を m とする。

〔1〕次の文章を読んで，続く問いに答えなさい。

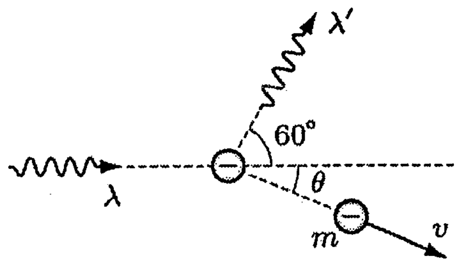
コンプトンは，単色のX線を物質にあてたとき，物質によって散乱されたX線には，入射したX線とほとんど同じ波長のX線のほかに，入射したX線よりも波長の｛長い・短い｝X線が混ざっている事を発見した。コンプトンはこの現象を，波長 λ のX線をエネルギーが $\boxed{}$ ，運動量の大きさが $\boxed{}$ の粒子として扱えば，2粒子間の弾性散乱の問題として説明できることを示した。この現象はX線，すなわち光の｛粒子性・波動性｝を示すもので，この発見によって光は粒子性と波動性の二重性を持つ事が確実になった。

問1 $\boxed{}$ にあてはまる数式を記入し，｛　　｝では最も適切なことばを丸で囲みなさい。

問2 下線部について，波長がほとんど変化しない散乱はどのような起源で生じると考えられるか述べなさい。

〔解答欄〕

〔2〕図のように，波長 λ のX線が静止している電子に衝突し，X線の入射方向に対して電子は角度 θ の方向に速さ v で跳ね飛ばされ，X線は角度60° の方向に散乱されて，波長 λ' になったとする。ここでは，相対論的効果は無視できるとする。次の問いに答えなさい。



問1 エネルギー保存則から成り立つ式を書きなさい。

〔解答欄〕

問2 運動量保存則より，入射方向に平行な成分について成り立つ式を書きなさい。

〔解答欄〕

問3 運動量保存則より，入射方向に垂直な成分について成り立つ式を書きなさい。

〔解答欄〕

問4 波長の差 $\lambda' - \lambda$ を h, c, m を用いて表しなさい。なお $(\lambda' - \lambda)^2$ は無視できるとし，三角関数の公式 $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ を用いてよい。

〔解答欄〕

小計	点

受験番号	第　　　番

物　理　学　その2

第2問　高さ無限大の壁に囲まれた幅 L の1次元井戸型ポテンシャル

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (0 < x < L) \\ \infty & (x \leq 0, x \geq L) \end{cases}$$

に閉じ込められている質量 m の粒子の1次元運動を考える。以下の問いに答えなさい。答えだけではなく，途中の式も記述しなさい。ここで $\hbar$ はプランク定数を 2π で割った値, E はエネルギー固有値, $\psi(x)$ は波動関数, A は規格化定数である。

問1　$0 < x < L$ でのシュレーディンガー方程式を書きなさい。
〔解答欄〕

問2　波動関数 $\psi(x) = \psi_n(x) = A\sin\dfrac{n\pi}{L}x$, $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ は問1のシュレーディンガー方程式を満たす。このときの規格化定数を求め, 規格化された波動関数 $\psi_n(x)$ が $\psi_n(x) = \sqrt{\dfrac{2}{L}}\sin\dfrac{n\pi}{L}x$, $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ になることを示しなさい。必要であれば $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ を用いてよい。
〔解答欄〕

問3　基底状態の波動関数 $\psi_1(x) = \sqrt{\dfrac{2}{L}}\sin\dfrac{\pi}{L}x$ の確率密度 $P(x)$ を求めなさい。
〔解答欄〕

問4　基底状態にある粒子の運動量 p_x の期待値 $\langle p_x \rangle$ を求めなさい。必要であれば $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ を用いてよい。
〔解答欄〕

小計	点

受験番号	第　　　　　　　　番

数　学　23　その1

第1問　関数 $f(x,y)=x^3+y^3-3x-12y$ について，次の問いに答えよ。

(1) 偏導関数 $\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。

(2) 2階偏導関数 $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めよ。

(3) $f(x,y)$ の極値を求めよ。

[第1問の解答箇所]

小 計	点

受験番号	第　　　　　　番

数　学　23　その2

第2問　$y(x)$ に関する微分方程式　$(*)\ xy''(x)-(x+1)y'(x)+y(x)=1$ に対して，次の問いに答えよ。

(1) a を定数として，$y(x)=e^{ax}$ が微分方程式 $xy''(x)-(x+1)y'(x)+y(x)=0$ を満たしているとき，a の値を求めよ。

(2) (1) で求めた a に対して $y(x)=e^{ax}u(x)$ が $(*)$ を満たしているとき，$u(x)$ が満たす微分方程式を求めよ。

(3) (2) の $u(x)$ に対して $v(x)=u'(x)$ とおく。$v(x)$ が満たす微分方程式を導き，一般解 $v(x)$ を求めよ。

(4) $(*)$ の一般解 $y(x)$ を求めよ。

[第2問の解答箇所]

小　計	点