

平成29年度先端技術科学教育部博士前期課程入学試験問題

数 学 2 2

(一般入試)

(知的力学システム工学専攻 建設創造システム工学コース)

(システム創生工学専攻 電気電子創生工学コース)

(注意事項)

1. 問題用紙および解答用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙、解答用紙は、この表紙を除いて問題用紙 2 枚（解答用紙を含む）である。
3. 解答は、解答用紙の指定された番号の解答欄に書くこと。指定された解答欄以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したものも採点しない。
4. 解答開始後、解答用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。
5. 配付した用紙はすべて回収する。

数 学 22 その1

第1問 関数 $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 偏導関数 $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。
- (2) 2階偏導関数 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ を求めよ。
- (3) $f(x, y)$ の極値を求めよ。

[第1問の解答箇所]

数 学 22 その2

第2問 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ とベクトル $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ に対して、次の問いに答えよ。

- (1) A の階数 $\text{rank } A$ を求めよ。
- (2) A が定める \mathbb{R}^4 から \mathbb{R}^4 への線形写像 $L_A: \mathbf{x} \mapsto A\mathbf{x}$ に対して、 L_A の核 $\text{Ker } L_A$ の次元と像 $\text{Im } L_A$ の次元を求めよ。
- (3) $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ を満たすベクトル \mathbf{x} をすべて求めよ。

[第2問の解答箇所]

数 学 22 その3

第3問 $y(x)$ に関する微分方程式 $(*) xy''(x) - (x+1)y'(x) + y(x) = 1$ に対して、次の問いに答えよ。

- (1) a を定数として、 $y(x) = e^{ax}$ が微分方程式 $xy''(x) - (x+1)y'(x) + y(x) = 0$ を満たしているとき、 a の値を求めよ。
- (2) (1) で求めた a に対して $y(x) = e^{ax}u(x)$ が $(*)$ を満たしているとき、 $u(x)$ が満たす微分方程式を求めよ。
- (3) (2) の $u(x)$ に対して $v(x) = u'(x)$ とおく。 $v(x)$ が満たす微分方程式を導き、一般解 $v(x)$ を求めよ。
- (4) $(*)$ の一般解 $y(x)$ を求めよ。

[第3問の解答箇所]