

# 平成 31 年度先端技術科学教育部博士前期課程入学試験問題

## 数 学 2 1

(一般入試)

(知的力学システム工学専攻 機械創造システム工学コース)

(システム創生工学専攻 光システム工学コース)

### (注意事項)

1. 問題用紙および解答用紙は、係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙、解答用紙は、この表紙を除いて問題用紙 5 枚 (解答用紙を含む) である。
3. 解答は、解答用紙の指定された番号の解答欄に書くこと。指定された解答欄以外に書いたものは採点しない。また、裏面に解答したものも採点しない。
4. 解答開始後、解答用紙の所定欄に受験番号をはっきりと記入すること。
5. 配付した用紙はすべて回収する。

数 学 2 1 その 1

第 1 問  $xy$  平面上の領域を  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq x \leq y\}$  とする。

(1) 領域  $D$  を図示せよ。

(2) 重積分  $\iint_D x^2 dx dy$  の値を求めよ。

---

[第 1 問の解答箇所]

数 学 2 1 その 2

第 2 問 行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $A$  が正則行列であることを示せ。
- (2)  $A$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。
- (3) 逆行列  $A^{-1}$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。

---

[第 2 問の解答箇所]

### 数 学 2 1 その 3

第 3 問 3次元空間の定数ベクトル  $\omega = (a, b, c)$  と位置ベクトル  $r = (x, y, z)$  により, ベクトル場

$$v = (ax, by, cz) + \omega \times r$$

を作る。ただし, 記号  $\times$  は2つのベクトルの外積を意味する。

- (1)  $v$  の成分を求めよ。
- (2)  $v$  の発散  $\operatorname{div} v$  および回転  $\operatorname{rot} v$  を求めよ。
- (3) 球面  $S : x^2 + y^2 + z^2 = 3$  の外向き単位法線ベクトルを  $n$  とする。面積分  $\iint_S v \cdot n dS$  の値を求めよ。

---

[第 3 問の解答箇所]

数 学 2 1 その 4

第 4 問 複素平面上の閉曲線  $C = \left\{ z \in \mathbb{C}; \left| z - \frac{1+i}{2} \right| = 1 \right\}$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 曲線  $C$  を複素平面上に図示せよ。
- (2)  $z^4 = 1$  を満たす複素数  $z$  をすべて求めよ。
- (3) 複素積分  $\int_C \frac{1}{z^4 - 1} dz$  の値を求めよ。ただし、積分路  $C$  は反時計回りに一周するものとする。

---

[第 4 問の解答箇所]

数 学 2 1 その 5

第 5 問 次の微分方程式の一般解を求めよ。

(1)  $\frac{dy}{dx} + xy = 2x$

(2)  $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 4y = 0$

(3)  $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} - 4y = e^{-x}$

---

[第 5 問の解答箇所]