

数 学 1 1 その 1

第 1 問 次の問いに答えよ。

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 3 & -3 & 3 \\ -2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$ に対して、行列式 $|A|$ の値、および A の固有値を求めよ。

(2) a を実数とする。 x, y, z を未知数とする連立一次方程式
$$\begin{cases} -x + 2y + 2z = a \\ 3x - 3y + 3z = -3 \\ -2x + y - 5z = 0 \end{cases}$$
 が解をもつように a を定めよ。また、そのときの解を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

数 学 1 1 その 2

第 2 問 a を正の実数とする。 $f(x) = \log(x + \sqrt{x^2 + 4}) - \log a$ とし、 $f(x)$ の逆関数を $g(x)$ とする。

$f\left(\frac{3}{2}\right) = \log 2$ が成り立つとき、次の問いに答えよ。

- (1) a の値を求めよ。
- (2) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (3) 微分係数 $g'(\log 2)$ を求めよ。
- (4) 自然数 n に対して、 $g(x)$ の n 階導関数を $g^{(n)}(x)$ とする。 $g^{(n)}(\log 2)$ を求めよ。

[第 2 問の解答箇所]

数 学 1 1 その 3

第 3 問 双曲線関数 $\sinh x, \cosh x$ は $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ で定義される。

(1) $\frac{d}{dx} \left(\frac{e^x}{x} \right), \frac{d}{dx} \left(\frac{e^{-x}}{x} \right)$ をそれぞれ求めよ。

(2) 不定積分 $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ を求めよ。

(3) 広義積分 $\int_0^1 \frac{x \cosh x - \sinh x + x\sqrt{x}}{x^2} dx$ の値を求めよ。

[第 3 問の解答箇所]

数 学 1 1 その 4

第 4 問 次の微分方程式の一般解 $y = y(x)$ を求めよ。

(1) $y' - y = 2e^x$

(2) $y'' + y' - 2y = -3\cos x - \sin x$

[第 4 問の解答箇所]